interne. L'allongement a de la fibre extérieure située à la distance r de l'axe, lors d'un enroulement spiral correspondant à un nombre de tours N d'un écheveau de caoutchouc de longueur au repos l_0, ayant au repos le rayon r_0, est égal pour un allongement b de la fibre interne à :

$$a = \sqrt{b^2 + 4\pi^2 r^2 N^2 / l_0^2} \qquad (5)$$

(Fig. 3)

Or, comme le caoutchouc est incompressible :

$$r^2 = r_0^2 / b \qquad (6)$$

(Fig. 4)

On a d'après (5) $a = \sqrt{b^2 + 4\pi^2 r_0^2 N^2 / (b.l_0^2)}$ (7)

(Fig. 5)

Lorsqu'on diminue l'allongement b de l'écheveau enroulé sur un nombre N de tours a diminue jusqu'à un état quasi stationnaire en fonction de la diminution de b, qui est atteint [dérivation de (7) par rapport à b] pour la valeur

$$b = \sqrt[3]{2\pi^2 r_0^2 N^2 / l_0^2} \qquad (8)$$

en deçà de laquelle le comportement de l'écheveau qui était simplement torsadé sur son axe change de nature par une sorte de flambage avec la formation d'un nœud (Cf. fig.5).

Les spires forment alors avec l'axe de l'écheveau un angle de 54°,7, dont la tangente est

$$a/b = \sqrt{3} \qquad (9)$$

Si l'on tente de diminuer la longueur de l'écheveau à partir de cet état, il se forme des nœuds. On suppose que la structure spirale de l'écheveau permet de conserver la relation (8) indépendamment du nombre des nœuds qui s'établissent sur toute la longueur l de la fibre moyenne (Cf. fig.4).

On fait alors appel à l'expression du couple de torsion de l'écheveau, considéré comme un cylindre en torsion.

L'expression d'un tel couple est d'après la loi de Coulomb :

$$C = (\pi/2)\mu.\alpha.r^4 \qquad (10)$$

où μ représente le coefficient de dureté du caoutchouc et α l'angle de torsion du cylindre par unité de longueur, soit, pour N tours de torsion sur la longueur l : $\alpha = 2\pi N / l$.

$$C = (\pi/2)\mu.2\pi(N/l).r_0^4.(l_0/l)^2$$

$$C = (\pi/2)\mu.2\pi N.r_0^4.l_0^2 / l^3$$

soit, compte tenu de (8) pour l'expression de $b = l / l_0$

$$C = \mu.r_0^2.l_0 / (2N) \qquad (11)$$

on a, avec $s_0 = \pi r_0^2$

$$C = \mu s_0 l_0 / (2\pi N)$$

soit encore :

$$C = \left[\mu / \left(2\pi N \sqrt{s_0} / l_0\right)\right] s_0^{1,5} \qquad (12)$$

On rapprochera cette expression de (1), en écrivant $C = \overline{C}$, ce qui rattache le coefficient A de (1) au coefficient de dureté $\overline{\mu}$ du caoutchouc et au coefficient de torsion $\overline{k} = \overline{N}\sqrt{s_0} / l_0$, qui correspondent respectivement aux conditions de torsion $\overline{N}$ du point d'inflexion $\overline{C}$ de la courbe C(N) :

$$A = \overline{\mu} / \left(2\pi \overline{N} \sqrt{s_0} / l_0\right) \qquad (13)$$

On a tenté une évaluation directe de A par la relation (13) en mesurant le module d'Young d'un brin de caoutchouc de 25 cm de long et de 0,5mm de section au carré.

Le module d'Young augmente avec la tension et son évolution en fonction de l'allongement présente un point d'inflexion $\overline{E}$ (fig. 6) qu'il semble logique d'associer à la valeur de la torsion $\overline{N}$ qui marque le point d'inflexion de la courbe C(N). Si on prend les courbes $E(l/l_0)$ et C(N) qui vont jusqu'au point de rupture du brin, on trouve $\overline{E} = 0{,}2\text{kg.poids}/\text{mm}^2$ et $\overline{N} = N_0 / 2$. Le caoutchouc étant incompressible, le coefficient de dureté est égal à la moitié du module d'Young, ainsi :

$$A = \overline{\mu} / \left(2\pi \overline{N} \sqrt{s_0} / l_0\right)$$

$$A = \left(\overline{E}/2\right) / \left(\pi N_0 \sqrt{s_0} / l_0\right)$$

soit, avec $k = N_0 \sqrt{s_0} / l_0 \cong 2$ en limite de rupture,

$A = 1{,}56.10^6$ baryes, ce qui confirme l'ordre de grandeur trouvé dans la formule (1) lors des mesures de torsion, et conduit à adopter cette relation pour choisir une section de caoutchouc en fonction de la portance à fournir.

J.L.S.

(figures p. 601 et 602)

Ont contribué à la réalisation de ce numéro:

R. AIME, B.BAILEY, J.C. BOURDEAUD'HUI, S. BROWN, J. CARTIGNY, S. CHILTON, M. CONU, J. DELCROIX, P. DUBOIS, J.Mc GILLIVRAY, A. KLINCK, F. MANIERI, D. SRULL, J.L. SOLIGNAC, Y. GRANGE